ERRATA ET COMPLÉMENTS DU LIVRE DE COURS

- PAGE 18 8ième et 9ième ligne en partant du bas : lire

$$\begin{aligned}\mathrm{Card}(E \cup F \cup G) &= \mathrm{Card}\,E + \mathrm{Card}\,F + \mathrm{Card}\,G \\ &\quad - \mathrm{Card}(E \cap F) - \mathrm{Card}(F \cap G) - \mathrm{Card}(G \cap \underline{E}) + \mathrm{Card}(E \cap F \cap G)\end{aligned}$$

- PAGE 27 7ième ligne en partant du bas : lire
  contenant l'élément neutre pour $\underline{\times}$ est une sous-algèbre de $\mathcal{A}$.
- PAGE 34 16ième ligne en partant du haut : lire
$$P = \lambda \prod_{i=1}^{s} (X - x_i)^{\alpha_i} \prod_{j=1}^{\mathbf{r}} [(X - u_j)^2 + v_j^2]^{\beta_j}$$
- PAGE 42 7ième ligne en partant du haut : lire
  On <u>n'a</u> pas besoin ici que F soit un e.v. de dimension finie.
- PAGE 43 12ième ligne en partant du haut : lire
  Si A et B sont deux matrices de $\underline{\mathcal{M}_{p,n}(\mathbb{K})}$, on définit la somme $A + B = (a_{ij} + b_{ij})$
- PAGE 51 5ième ligne en partant du haut : lire
  espace affine de direction F_1, on définit <u>la</u> projection sur W_1 parallèlement à
- PAGE 51 11ième ligne en partant du haut : lire
  PROPOSITION 2.3.4. Si $A \in E$, si $f \in \mathcal{A}(E)$ alors f s'écrit de manière
- PAGE 53 5ième ligne en partant du haut : lire

$$z = c + \underline{t}\gamma$$

- PAGE 56 4ième ligne en partant du bas : rajouter
  soit $A.A^{\mathrm{T}} = \det A.I_n$ (formule importante).
- PAGE 60 après la 4ième ligne : rajouter
  on a égalité ssi x et y sont positivement liés (i.e. $\exists(\lambda, \mu) \in {\mathbb{R}_+}^2$ tels que $\lambda x = \mu y$).
- PAGE 61 8ième ligne en partant du haut : lire
  Si $(x_i)_{i \in [1,n]}$ est une famille <u>orthogonale</u> (finie) alors
- PAGE 64 9ième ligne en partant du haut : lire
  <u>matrices</u> orthogonales est noté $\mathrm{O}(n)$. Cet ensemble forme un sous-groupe de $\mathrm{GL}_n(\mathbb{R})$.
- PAGE 64 10ième ligne en partant du bas : lire
  par $(x_1, \ldots, x_n) = (y|x_n)$ pour tout $\underline{x_n}$ de E.
- PAGE 77 2ième ligne en partant du bas : lire
  <u>Cet</u> isomorphisme admet un isomorphisme réciproque noté ln qui possède les
- PAGE 104 10ième ligne en partant du base : lire
  (i) Si $m \leqslant \underline{f'(x)} \leqslant M$ pour tout x de $]a, b[$ alors $m(b - a) \leqslant f(b) - f(a) \leqslant M(b - a)$.
- PAGE 105 14ième ligne en partant du haut : lire
  (ii) Calculer $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\mathrm{Arccos}(1 - x)}{\sqrt{x}}$, en déduire un équivalent de $\underline{\mathrm{Arccos}(1 - x^2)}$.
- PAGE 108 8ième ligne en partant du haut : lire
  la restriction f_i de f à $]x_i, x_{i+1}[$ se prolonge <u>en une fonction continue sur</u> l'intervalle $[x_i, x_{i+1}]$.
- PAGE 112 12ième ligne en partant du haut : lire
  Remarque 5.3.1. Pour qu'un<u>e</u> fonction admette des primitives, il suffit qu'elle soit
- PAGE 117 5ième ligne en partant du bas : lire
  La définition d'une primitive d'une fonction est la même qu'au paragraphe <u>5.3.1.</u>

- PAGE 118 dernière ligne : lire

  (ii) Calculer les primitives des fonctions $f(t) = t^n e^t \cos t$ et $\underline{g(t) = \dfrac{t^4 - 6t^2 + 1}{(t^2+1)^4}}$.
- PAGE 120 14ième ligne en partant du bas : lire

  On dit que Γ admet une tangente à A s'il admet des demi-tangentes colinéaires
- PAGE 128 15ième ligne en partant du haut : lire

  Les fonctions $f(t) = t^a$, $a \in \mathbb{R}$ sont les seules fonctions continues définies sur $\mathbb{R}_+^*$ à valeurs
- PAGE 142 15ième ligne en partant du haut : lire

  (iii) Soit $f(x, y) = \underline{\dfrac{|y|}{x^2} \exp\left(-\dfrac{|y|}{x^2}\right)}$ prolongée par continuité en $(0, 0)$. Étudier la
- PAGE 166 5ième ligne en partant du bas : lire

  (i) Montrer que $\underline{10^6 \equiv 1[7]}$, en déduire que $\sum_{k=1}^{12} 10^{10^k} \equiv -1[7]$.
- PAGE 166 3ième ligne en partant du bas : lire

  (iii) Petit théorème de Fermat : si p est un nombre premier, montrer que, pour tout entier
- PAGE 168 reprendre le théorème 1.17 de la façon suivante :

  THÉORÈME 1.17. Si $\operatorname{Ker} \varphi_a \neq \{0\}$ alors, dans E, on a l'équivalence suivante :
  $P(a)$ est inversible ssi P est premier avec π_a.
  L'inverse de $P(a)$ dans E est alors un élément de $\mathbb{K}[a]$.
  De plus, si E est intègre alors $\mathbb{K}[a]$ est un corps.

  Dém :

  $(\Leftarrow)$: $UP - 1 = V\pi_a \Leftrightarrow P \wedge \pi_a = 1$ donc $U(a)P(a) = \mathrm{Id}$ i.e. $P(a)$ est inversible.

  $(\Rightarrow)$ Par l'absurde, on suppose que $P \wedge \pi_a = Q$ avec $\deg Q \geqslant 1$. On a donc $P = P_1 Q$ et $\pi_a = \pi_1 Q$ donc $P(a)\pi_1(a) = P_1(a)\pi_a(a) = 0$ et comme $P(a)$ est inversible, $\pi_1(a) = 0$ ce qui est impossible car $\deg \pi_1 < \deg \pi_a$. On a donc $P \wedge \pi_a = 1$.

  On a vu alors qu'il existe $U \in \mathbb{K}[X]$ tel que $P(a)U(a) = \mathrm{Id}$. Ceci signifie que l'inverse de $P(a)$ est dans $\mathbb{K}[a]$.

  Si E est intègre alors π_a est irréductible donc π_a est premier. Il est donc premier avec tout polynôme (non nul) de degré $< \deg \pi_a$. On applique alors le résultat précédent ■
- PAGE 172 12ième ligne en partant du haut : lire et rajouter

  d'abscisse $(a_i)_{i \in [0,n]}$. Ils forment une base de $\mathbb{K}_n[X]$.
- PAGE 174 3ième ligne en partant du haut : lire

  $(\Rightarrow)$ Si $\underline{f^*}$ est un isomorphisme, on a $p = \dim E^* = \dim E$ et si la famille (e_i) est
- PAGE 178 6ième ligne en partant du bas : lire

$$Q(x + he_i) - Q(x) = 2hB(x, e_i) + h^2 Q(e_i) \text{ d'où } B(x, e_i) = \underline{\frac{1}{2}\frac{\partial Q}{\partial x_i}(x)}$$

- PAGE 179 2ième ligne en partant du haut : lire

$$Q(x) = a_{11}x_1^2 + 2x_1 \sum_{j=2}^{n} \underline{a_{1j}} x_j + \sum_{(i,j)\in[2,n]^2} a_{ij}x_i x_j = a_{11}\left(x_1 + \sum_{j=2}^{n} \frac{a_{1j}}{a_{11}} x_j\right)^2 + R$$

- PAGE 189 8ième ligne en partant du bas : lire

$$\begin{pmatrix} \mu_1 & 0 \\ 0 & \bar{\mu_1} \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & i \\ 1 & -i \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a_1 & -b_1 \\ b_1 & a_1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -i & i \end{pmatrix}$$

(on a remplacé i par $-i$).
- PAGE 190 2ième ligne en partant du haut : lire

L'orbite d'un endomorphisme u de $\underline{\mathcal{L}_{\mathbb{K}}(E)}$ s'appelle classe de similitude de u.

- PAGE 204 $6^{\text{ième}}$ ligne en partant du bas : lire
  Dém : Poser $(x|y) = \rho e^{i\theta}$, $T(\lambda) = (x + \lambda e^{-i\theta} y | x + \lambda e^{-i\theta} y) = \lambda^2 (y|y) + 2\lambda\rho + (x|x)$
- PAGE 207 $9^{\text{ième}}$ ligne en partant du bas : lire
  PROPOSITION 4.3.5. $\mathrm{U}(E)$ est un sous-groupe de $\mathrm{GL}(E)$ appelé groupe unitaire de
- PAGE 213 $14^{\text{ième}}$ ligne en partant du bas : lire
  Si A est une partie non vide de E alors la restriction de d à $\underline{A \times A}$ est appelée
- PAGE 215 $3^{\text{ième}}$ ligne en partant du haut : lire
  suites de E convergentes pour N' alors $\mathcal{C}(E) = C'(E)$.
- PAGE 217 $13^{\text{ième}}$ ligne en partant du bas : lire
  $B(x,r)$, $\underline{B(y, r - \mathrm{d}(x,y)) \cap A = \emptyset}$ donc $B(x,r) \subset (\overline{A})^c$ et $(A)^c$ est un ouvert c.q.f.d.
- PAGE 218 $9^{\text{ième}}$ ligne en partant du haut : lire
  il appartient à l'adhérence de A et à <u>l'adhérence de</u> son complémentaire.
- PAGE 223 $14^{\text{ième}}$ ligne en partant du bas : lire
  (ii) Si E est préhilbertien <u>réel</u> $(x,y) \in E^2 \mapsto (x|y)$.
- PAGE 224 $6^{\text{ième}}$ ligne en partant du haut : lire
  Exemple : dans $(\mathbb{R}[X], \|.\|_1)$, $P_n = 1 + X + \cdots + \dfrac{X^n}{n!}$.
- PAGE 225 $8^{\text{ième}}$ ligne en partant du bas : lire
  Dém : On sait déjà que si A est compact, il est fermé borné. <u>Il</u> reste à prouver
- PAGE 229 $6^{\text{ième}}$ ligne en partant du haut : lire
  <u>5.45</u> page 236)
- PAGE 235 $3^{\text{ième}}$ ligne en partant du bas : rajouter
  $(x > 0,\ a > 0,\ b > 0)$
- PAGE 239 $2^{\text{ième}}$ ligne en partant du haut : lire

$$|s_{J_{\varphi(n)}}(u) - s_{[0,n]}(u)| = \left| \sum_{p \in J_{\varphi(n)} \setminus [0,n]} u_p \right| \leqslant \sum_{p \geqslant n+1} |u_p| \to 0$$

- PAGE 244 première ligne : lire
  E vers $f(x)$. f est linéaire et continue. Vu que $\underline{\|f_n(x) - f_{n+p}(x)\| \leqslant \varepsilon}$ pour $x \in S(0,1)$
- PAGE 244 dernière ligne : lire
  la restriction f_i de f à $]x_i, x_{i+1}[$ se prolonge <u>en une fonction continue</u> sur l'intervalle $[x_i, x_{i+1}]$.
- PAGE 256 $6^{\text{ième}}$ ligne : rajouter φ de classe $\mathcal{C}^1$
- PAGE 261 $11^{\text{ième}}$ ligne en partant du bas : rajouter $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ existe et est continue
- PAGE 262 $8^{\text{ième}}$ ligne à $11^{\text{ième}}$ ligne : remplacer par
  Généralisation : soit (E) l'équation différentielle $y'' + by' + cy = g$ où b, c sont des constantes, α une solution de l'équation différentielle $y'' + by' + cy = 0$ vérifiant $\alpha(0) = 0$, $\alpha'(0) = 1$. Exprimer une solution particulière de (E) sous forme intégrale.
- PAGE 267 $3^{\text{ième}}$ ligne en partant du haut : lire
  $-\ f_n \in \mathrm{L}^1(I, \mathbb{R})^-$,
- PAGE 268 $13^{\text{ième}}$ ligne en partant du haut : lire

$$\int_J |f| = \lim_{n \to +\infty} \int_J |S_n| \leqslant \lim_{n \to +\infty} \sum_{k=0}^{n} \int_J |f_k| \leqslant \sum_{k=0}^{+\infty} \int_J |f_k|$$

- PAGE 269 $8^{\text{ième}}$ ligne en partant du bas : lire
  on a $(n+1) J_n J_{n+1} = n J_{n-1} J_n = \dfrac{\pi}{2}$ d'où $J_n \sim \dfrac{\pi}{\sqrt{2n}}$ et donc $J_{2n+1} \sim \dfrac{\sqrt{\pi}}{2} \dfrac{1}{\sqrt{n}}$

- Page 269 3ième et 2ième ligne en partant du bas : remplacer
  $f(x,t)$ par $|f(x,t)|$.
- Page 289 6ième ligne en partant du haut : lire
  (iii) On a $S_p(f) = \underline{a_0(f)} + \sum_{n=1}^{p} (a_n(f)\cos nx + b_n(f)\sin nx)$.
- Page 300 16ième ligne en partant du bas : lire
  $A - \lambda I_n$ est nilpotent alors $e^{tA} = e^{t\lambda}\left[I_n + (A-\lambda I_n)t + \cdots + \frac{(A-\lambda I_n)^{p-1}}{(p-1)!}t^{p-1}\right]$ si
- Page 326 14ième ligne en partant du bas : lire
  $$c_n^k \tau_{1,2} c_n^{-k} = \tau_{k+1,k+2}$$
  (c_n^{-1} est remplacé par c_n^{-k}).
- Page 328 2ième ligne en partant du bas : lire
  ```
  s <-- s+a[k]*p
  ```
- Page 334 3ième ligne en partant du haut : lire
  $= X^k \sum_{q=0}^{n-k} \underline{C_{n-k}^{n-p}} X^q (1-X)^{n-k-q} = X^k[X + (1-X)]^{n-k} = X^k$
- Page 350 7ième ligne en partant du bas : lire
  $$\int g(t)\,\mathrm{d}t = \mathrm{Re}\left(\int \frac{\mathrm{d}t}{(t+i)^4}\right) = \mathrm{Re}\left(-\frac{1}{3}\frac{(t-i)^3}{(t^2+1)^3}\right) = -\frac{1}{3}\frac{t^3-3t}{(t^2+1)^3} + C.$$
  il manque la puissance 3 au numérateur de $\mathrm{Re}\left(-\frac{1}{3}\frac{(t-i)^3}{(t^2+1)^3}\right)$.
- Page 365 8ième ligne en partant du bas : lire
  a alors $\mathrm{Tr}[(AB)^n] = \mathrm{Tr}[A(BA)^{n-1}B] = \mathrm{Tr}[BA(BA)^{n-1}] = \underline{\mathrm{Tr}[(BA)^n]}$.
- Page 376 10ième ligne en partant du bas : lire
  vertu de la régle de Duhamel, la série <u>diverge</u>.
- Page 386 premières lignes : lire
  (iii) Prenons les choses à l'envers. $\sum_{q=2}^{+\infty} \frac{1}{p^q} = \frac{1}{p(p-1)}$ (somme d'une série géométrique). Puis $\sum_{p=2}^{+\infty} \frac{1}{p(p-1)} = 1$ (en écrivant que $\frac{1}{p(p-1)} = -\frac{1}{p} + \frac{1}{p-1}$). La suite double $(u_{p,q})_{p\geqslant 2, q\geqslant 2}$ est donc sommable, de somme 1 et en permutant les sommations, on obtient $\sum_{q=2}^{+\infty} (\zeta(q)-1) = 1$.
- Page 392 7ième ligne en partant du bas : remplacer
  la matrice A par la matrice $\begin{pmatrix} -4 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \\ -2 & \underline{1} & -1 \end{pmatrix}$