Colles MP$*$: semaine 15 du 17 au 21 janvier 2011

Cours de spé

4 Espaces euclidiens et hermitiens

4.3 Espaces préhilbertiens complexes, hermitiens

4.3.1 Définition d'un produit scalaire (hermitien), semi-linéaire à gauche, linéaire à droite. Définition d'un espace préhilbertien complexe, exemples. Inégalités de Cauchy-Schwarz, de Minkowski. Un espace préhilbertien est un espace vectoriel normé. Relations entre produit scalaire et norme (avec en particulier l'identité du parallélogramme et l'identité de polarisation). Orthogonalité, familles orthogonales, orthonormales, sous-espaces vectoriels orthogonaux et projecteurs associés.

4.3.2 Espaces hermitiens, existence de bases orthonormales, E et E^* sont semi-isomorphes. Projection orthogonale d'un espace préhilbertien complexe sur un sous-espace vectoriel de dimension finie, inégalité de Bessel.

6 Dérivation et intégration

6.2 Intégration sur un intervalle quelconque

6.2.4 Soit (f_n) une suite de fonctions à valeurs réelles ou complexes continues par morceaux et intégrables sur I et φ une fonction continue par morceaux, positive et intégrable sur I. Si (f_n) converge simplement vers une fonction f continue par morceaux sur I et si, pour tout entier n, $|f_n| \leqslant \varphi$ (hypothèse de domination), alors f est intégrable sur I et

$$\int_I f = \lim_n \int_I f_n.$$

Intégration terme à terme d'une série de fonctions.

6.2.5 Intégrales dépendant d'un paramètre : Théorème de continuité sous le signe intégral (on suppose f continue partiellement par rapport aux 2 variables), dérivation sous le signe intégral. Extension aux fonctions de classe $\mathcal{C}^k$. Application à la fonction d'Euler, définition et propriétés de dérivabilité.

Prévisions semaine 16 : séries de Fourier.