Colles MP* : semaine 2 du 26 au 30 septembre 2011

Algèbre et géométrie (première année)

8 Algèbre linéaire et polynômes

8.3 Polynômes

8.3.3 Polynômes scindés : relations entre coefficients et racines, fonctions symétriques élémentaires des racines. Corps algébriquement clos, théorème de d'Alembert-Gauss. Polynôme irréductible, décomposition des polynômes sur $\mathbb{C}$, sur $\mathbb{R}$.

8.3.4 Divisibilité dans l'anneau $\mathbb{K}[X]$: P.G.C.D., P.P.C.M. Forme irréductible d'une fraction rationnelle, pôle.

8.3.5 Étude locale d'une fraction rationnelle : décomposition des fractions rationnelles sur $\mathbb{C}$.

8.4 Calcul matriciel

8.4.1 Opérations sur les matrices. Définition, somme et produit de matrices. Algèbre $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, matrices scalaires, diagonales. Groupe linéaire $\mathrm{GL}_n(\mathbb{K})$. Matrices triangulaires, symétriques anti-symétriques, transposée d'une matrice.

8.4.2 Matrices et applications linéaires. Représentation matricielle d'un système de vecteurs, de formes linéaires, d'application linéaire. Changement de base, matrice de passage.

8.4.3 Opérations élémentaires sur les matrices. Manipulation des lignes et des colonnes d'une matrice, traduction matricielle. Algorithme de Gauss du pivot partiel et total.

8.4.4 Rang d'une matrice. Si $\mathrm{Rg}(A) = r$ alors $A = U \begin{pmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} V$ où U et V sont des matrices carrées inversibles.

8.4.5 Système d'équations linéaires, interprétations linéaire, matricielle, duale, vectorielle. Système de Cramer, résolution par la méthode du pivot de Gauss.

Analyse et géométrie différentielle (deuxième année)

5 Suites et fonctions

5.1 Espaces vectoriels normés réels ou complexes

5.1.1 Normes et distances : définition d'une norme, distance associée, norme induite, distance induite. Exemple des normes N_1, N_2 et N_∞ sur $\mathbb{K}^n$, $\mathcal{C}([a,b])$, sur ℓ^j où $j \in \{1, 2, \infty\}$ (attention, les séries n'ont pas été traitées). Boule ouverte, fermée, diamètre d'un ensemble. L'ensemble $\mathcal{B}(A, F)$ des fonctions bornées muni de la norme N_∞ est un espace vectoriel normé. Applications lipschitziennes. Produit fini d'espaces vectoriels normés.

Prévisions semaine 3 : suite des e.v.n., suite des révisions d'algèbre linéaire.