Colles MP* : semaine 9 du 28 novembre au 2 décembre 2011

Analyse

6 Dérivation et intégration

6.1 Dérivation des fonctions à valeurs vectorielles

6.1.1 Définition de la dérivée, dérivée de $u(f)$, de $B(f, g)$ où u est une application linéaire et B une application bilinéaire. Inégalité des accroissements finis (à l'ancienne). Caractérisation des fonctions constantes.

6.1.2 Fonctions de classe $\mathcal{C}^k$. Formule de Leibniz (avec une application bilinéaire). $\mathcal{C}^k$-difféomorphisme, caractérisation des $\mathcal{C}^k$-difféomorphisme.

6.2 Intégration sur un intervalle quelconque

6.2.1 Définition d'une fonction sommable (i.e. fonction intégrable) positive. Théorème de comparaison, croissance. Si f est sommable sur $[a, b[$ alors $\int_{[a,b[} f = \lim\limits_{x\to b} \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$. Comparaison aux fonctions de Riemann $f(t) = t^\alpha$. Théorème des équivalents, règle pratique.

6.2.2 Extension des propriétés des fonctions sommables positives au cas des fonctions à valeurs complexes. Changement de variable. Définition d'une intégrale impropre (existence de la limite de $\displaystyle\int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$).

Algèbre

2 Algèbre linéaire et géométrie affine

2.1 Espaces vectoriels, applications linéaires

2.1.1 Bases, sommes directes. Définition d'une combinaison d'une famille quelconque, d'une algèbre. Fonctions polynomiales à plusieurs variables. Définition d'une somme finie de sous-espaces vectoriels, somme directe. Base adaptée à une décomposition en somme directe. La somme $\sum E_i$ est directe ssi $\dim \sum E_i = \sum \dim E_i$. Famille de projecteurs associée à une somme directe.

Prévisions semaine 10 : algèbre linéaire (sommes directes, dualité), les théorèmes de Lebesgue.